
116.71
38.2%: 119.29
51.25%: 108.98
61.6 %: 99.19
104.19
86.72
72.48

Financial Engineering

ณัฐวุฒิ คูวัฒนเธียรชัย

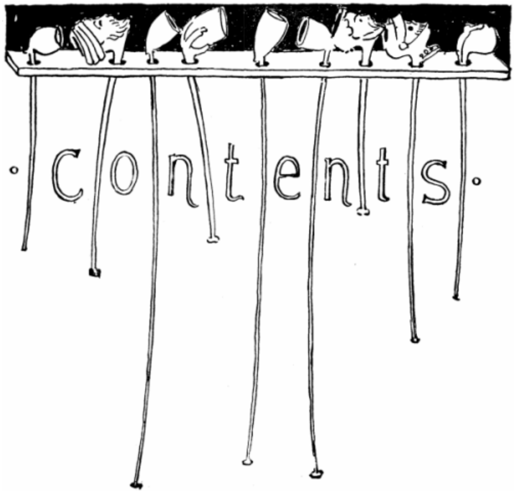
Lecture 2

ดอกเบี้ยในนาม

(Nominal interest rates)

หัวข้อการบรรยาย

- ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุก 6 เดือน
- ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุก 6 เดือน
- ดอกเบี้ยในนาม



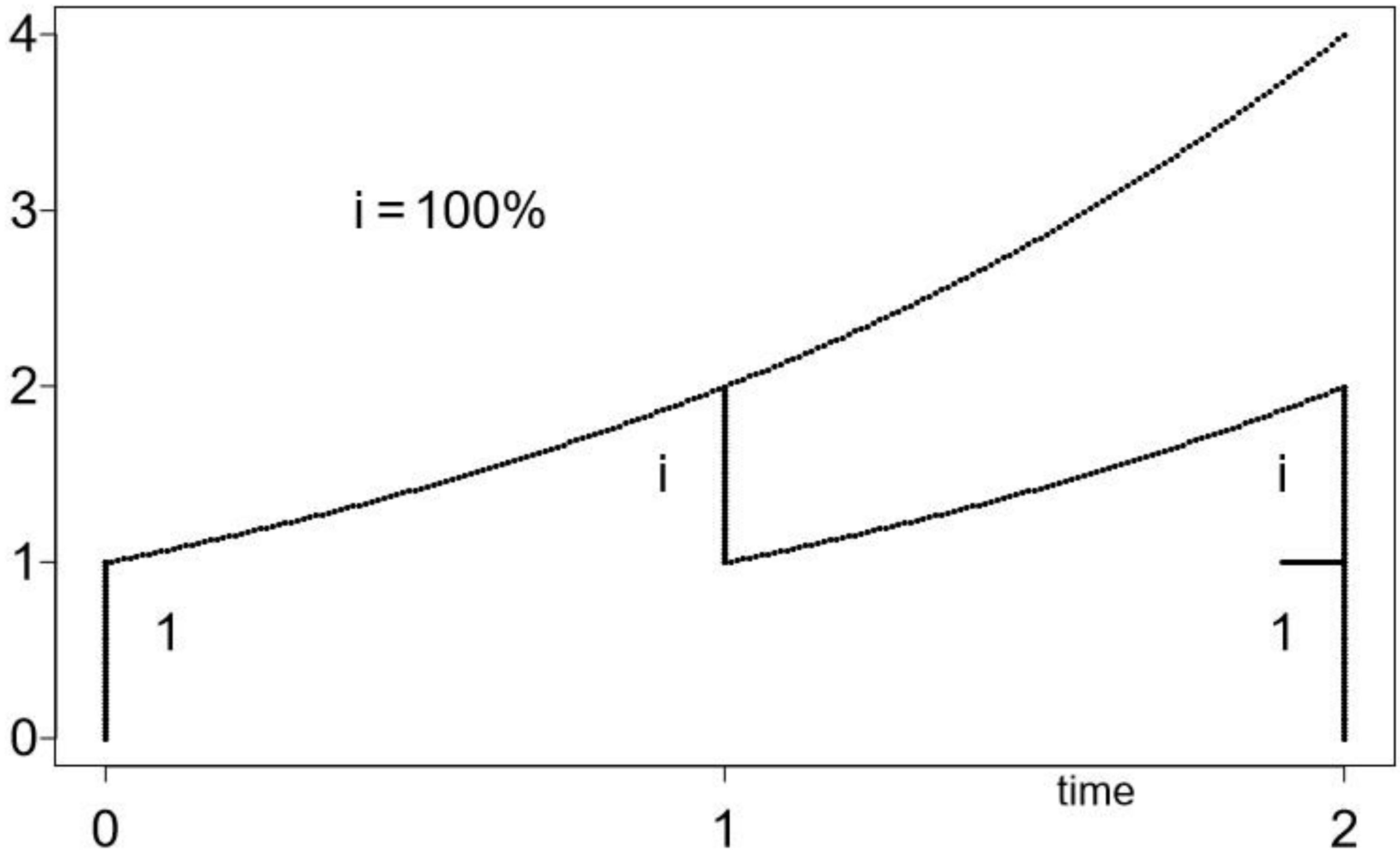
เอกสารประกอบการสอน

- Arcones Study Manual for SOA Exam FM/CAS Exam 2, by Miguel A. Arcones.

เปรียบเทียบขนาดของ i δ และ d

- เมื่อ i = 100%
  - d = i/(1+i) = 0.5 หรือ 50%
  - δ = ln(1+i) = 0.69 หรือ 69%
  - i - δ = 0.31 และ δ - d = 0.19
- เมื่อ i = 10%
  - d = i/(1+i) = 9.1%
  - δ = ln(1+i) = 9.5%
  - i - δ = 0.05 และ δ - d = 0.04
- ดังนั้น i - δ ≈ δ - d สำหรับดอกเบี้ยขนาดเล็ก

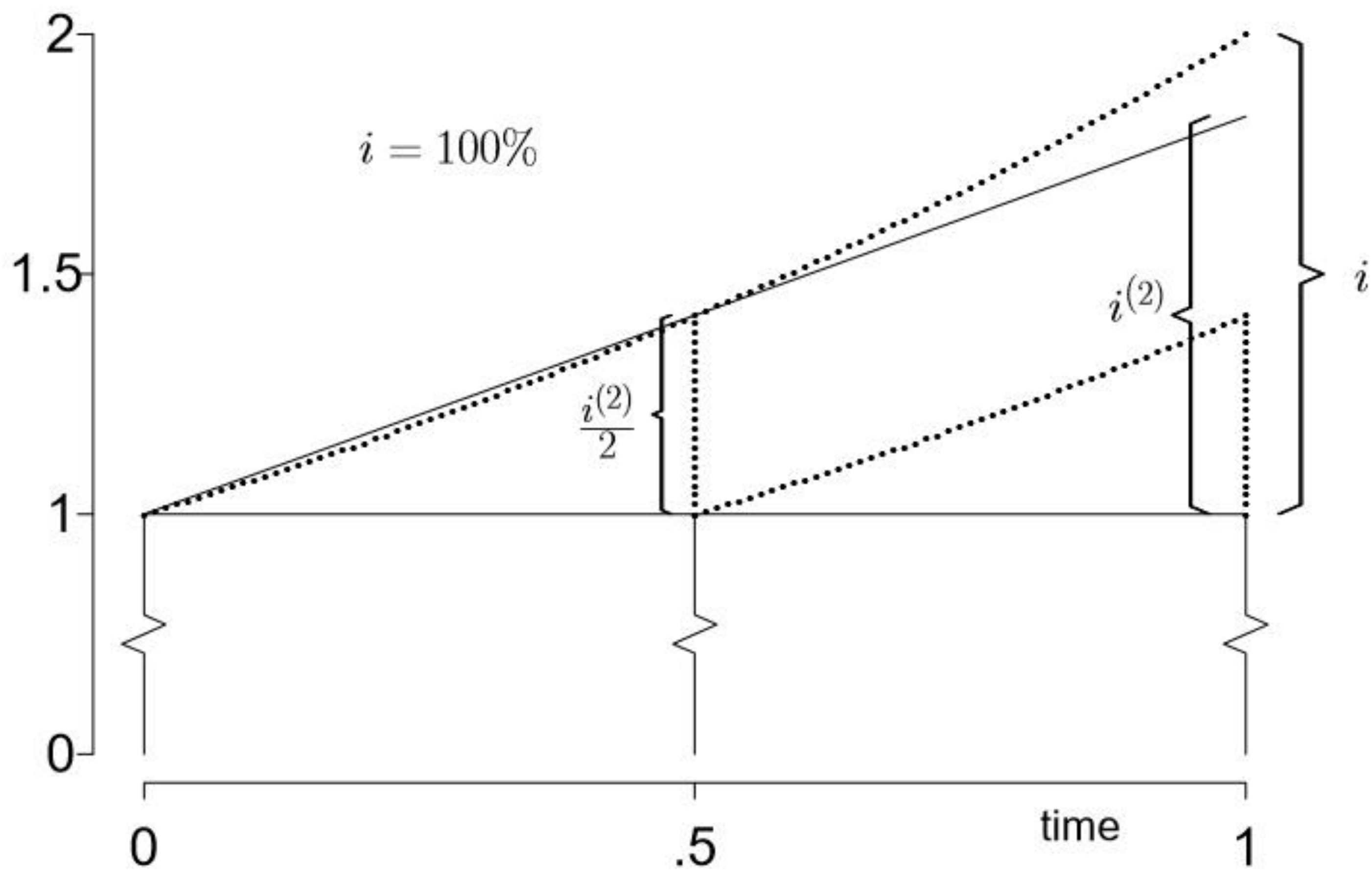
ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ ปี



ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ ปี

- ข้อมูลจากแผนภาพ
  - ถ้าปล่อยดอกเบี้ยไว้ในบัญชีเป็นเวลา 2 ปี จะได้รับดอกเบี้ย $3 สำหรับทุกๆ $1 ที่ฝากไว้ตอนต้น (จำนวนเงินในบัญชี ณ ปลายปีที่ 2 = $4)
  - ถ้าถอนดอกเบี้ยออกมาทุกๆ ปลายปี จะได้รับดอกเบี้ยทั้งหมด $2 ในช่วงเวลาฝาก 2 ปี (จำนวนเงินในบัญชี ณ ปลายปีที่ 2 = $4)
    - ถ้าอดทนรอนานเพื่อรับดอกเบี้ยไม่ได้ ดอกเบี้ยที่ได้รับทั้งหมดจะน้อยลง

ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ 6 เดือน



ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ 6 เดือน

- จากแผนภาพ
  - ถ้าถอนดอกเบี้ยออกมาหลังจากผ่านไปครึ่งปี จะได้รับดอกเบี้ยแค่ $0.414 ถ้าทำอย่างนี้ทุกๆ ครึ่งปี จะได้รับดอกเบี้ยทั้งหมด $0.828 ในช่วงเวลาฝาก 2 ปี (จำนวนเงินในบัญชี ณ ปลายปีที่ 2 = $1.828)
  - $2^t = 2^{1/2} = 1.4142$

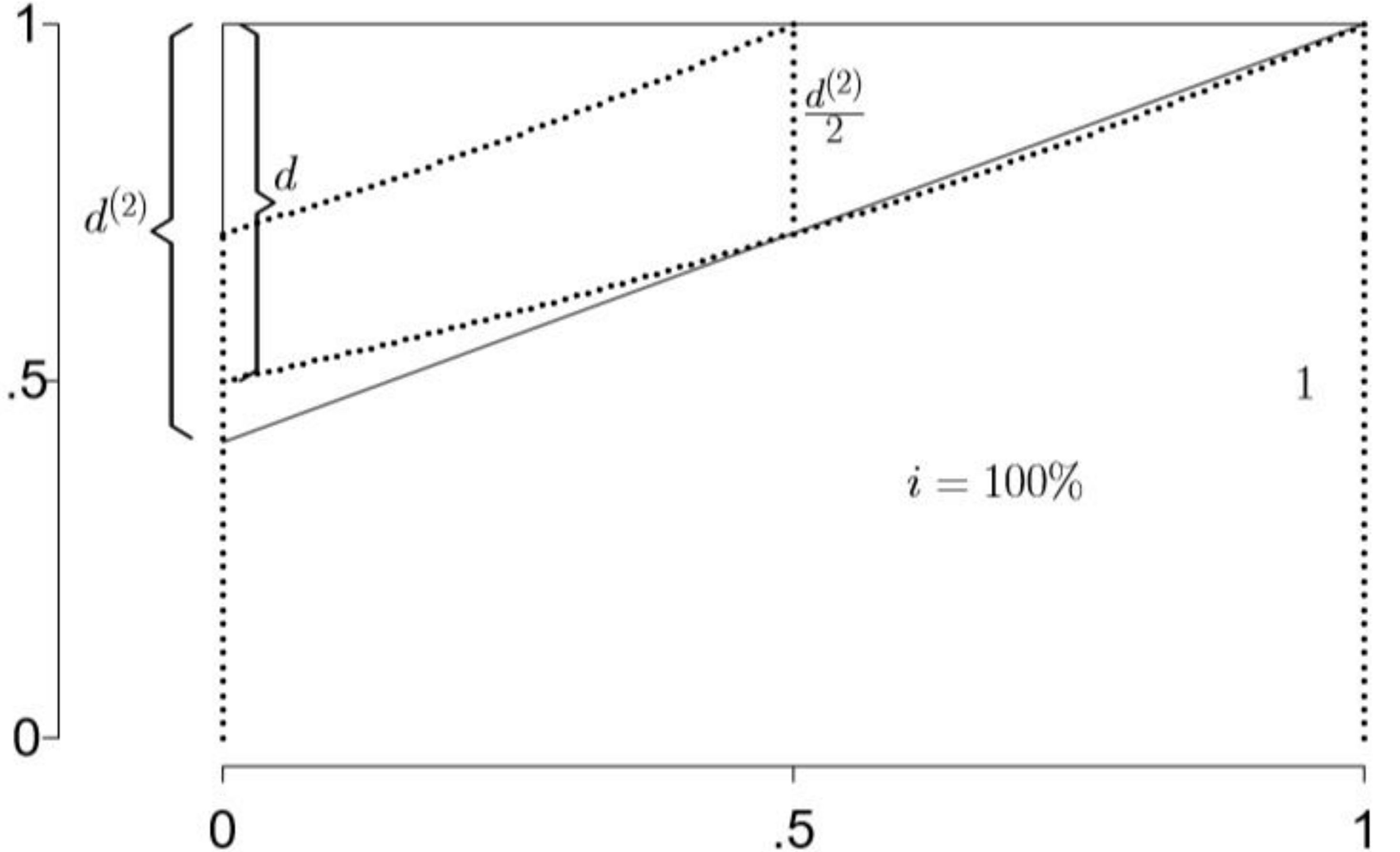
ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ 6 เดือน

- สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
  - i = 100% = อัตราดอกเบี้ยแท้จริง (effective interest rate) ต่อปี
  - $i^{(2)}$ = 82.8% = อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยต่อปี แปรสภาพทุก 6 เดือน = ดอกเบี้ยที่ได้รับทั้งหมดในแต่ละปีเท่ากับ $0.828 ต่อเงินต้น $1 ที่ฝากในตอนต้นปี ถ้าถอนดอกเบี้ยออกมา 2 ครั้งต่อปีแบบย้อนหลัง
    - อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยต่อปี จ่ายทุก 6 เดือน
    - อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยต่อปี รับทุก 6 เดือน
    - อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยต่อปี แปรสภาพทุก 2 ครั้งต่อปี
    - อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยต่อปี ทบต้นทุก 6 เดือน

ดอกเบี้ยรับย้อนหลังทุกๆ 6 เดือน

- แรงของดอกเบี้ยต่อ 6 เดือน
  - $f(t) = (1+i)^t = e^{\delta t}$
    - ถ้า $i = 100\% \rightarrow f(t) = 2^t = e^{0.0953t}$
    - แรงของดอกเบี้ยต่อ 2 ปี = $0.0953 \times 2 = 19.1\%$
    - แรงของดอกเบี้ยต่อ 6 เดือน = $0.0953 \times 1/2 = 4.77\%$
  - ถ้าให้ 1 ช่วงเวลาเท่ากับ 6 เดือน
    - $i^{(2)}/2 = 41.4\%$ = อัตราดอกเบี้ยดอกเบี้ยแท้จริงต่อ 6 เดือน
    - $1 + i^{(2)}/2 = e^{\delta/2}$
- $i^{(2)} < i$ เสมอ และ $i^{(2)} \approx i$ ถ้าเป็นอัตราดอกเบี้ยที่ไม่สุดโต่ง ($i < 100\%$)

ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุกๆ 6 เดือน



ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุกๆ 6 เดือน

- จากแผนภาพ
  - จากเงินฝาก $1 ถ้าเราถอนดอกเบี้ยออกมา $0.50 ในทันที ให้เหลือเงินฝาก $0.50 เงินที่เหลือนี้จะโตไปเป็น $1 ในตอนปลายปีพอดี
    - เนื่องจากถ้า i = 100% → d = 50%
  - จากเงินฝาก $1 ถ้าเราถอนดอกเบี้ยออกมา $0.293 ในทันที และทำอีกครั้งเมื่อผ่านไป 6 เดือน เงินที่เหลือในบัญชีจะโตไปเป็น $1 ในตอนปลายปีพอดี
    - เนื่องจาก $(1 – 0.293)(1+i)^{1/2} = 0.707 \times \mathrm{sqrt}(2) = 1$
    - ดอกเบี้ยรับทั้งปีในกรณีนี้ = $0.586 > $0.50 เนื่องจากเรารอดอกเบี้ยนานกว่าเดิม

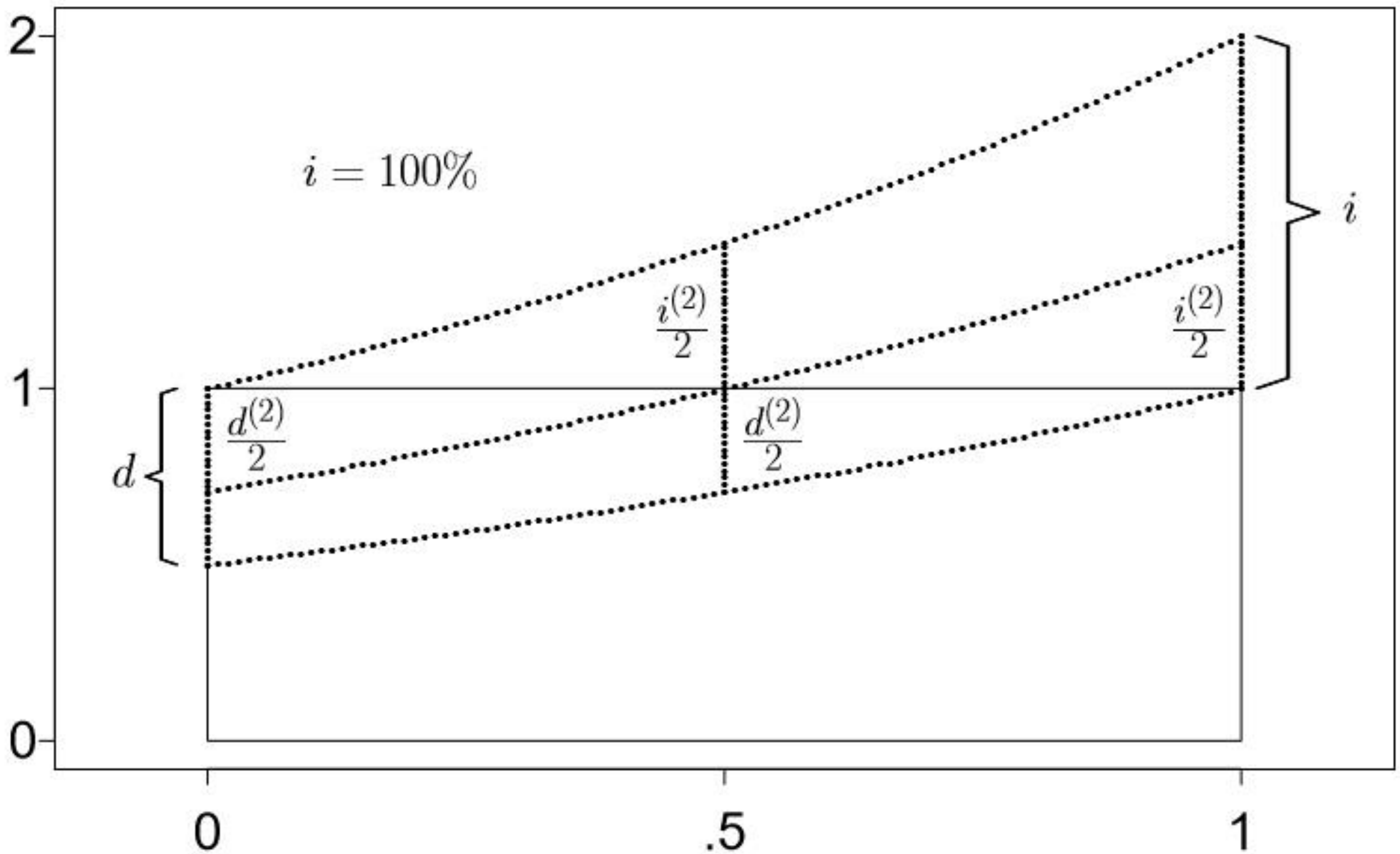
ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุกๆ 6 เดือน

- สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
  - $d^{(2)}$ = 58.6% = ดอกเบี้ยที่ได้รับทั้งหมดในแต่ละปี ถ้าดอกเบี้ยถูกทบต้นทุก 6 เดือนแบบล่วงหน้า เท่ากับ 58.6% ของเงินฝากในตอนต้น
  - $d^{(2)} > d$
  - ถ้า 1 ช่วงเวลาเท่ากับ 1 ปี
    - $v = (1+i)^{-1}$
    - $d = 1 – v = 1 – e^{-\delta}$
    - $d \times(1+i) = i$

ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุกๆ 6 เดือน

- สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
  - ถ้า 1 ช่วงเวลาเท่ากับ 6 เดือน
    - $d^{(2)}/2 = 1 - \text{sqrt}(v) = 1 - e^{-\delta/2}$
    - $d^{(2)}/2 \times \text{sqrt}(1+i) = i^{(2)}/2$
      - จากความสัมพันธ์คล้ายกัน $d \times (1+i) = i$ เมื่อ 1 ช่วงเวลาเท่ากับ 1 ปี
      - $d^{(2)}/2$ จะถูกทบต้นกลายไปเป็น $i^{(2)}/2$ ใน 6 เดือน
    - $d^{(2)}/2 \times [1+i^{(2)}/2] = i^{(2)}/2$
      - เนื่องจาก $i^{(2)}/2$ เป็นอัตราดอกเบี้ยแท้จริงต่อ 6 เดือน
    - $f(t) = e^{\delta t} = (1+i)^t = [\text{sqrt}(1+i)]^{2t} = [1+i^{(2)}/2]^{2t}$
    - เนื่องจาก $(1+i) = e^{\delta}$ ดังนั้น $1+i^{(2)}/2 = \text{sqrt}(1+i) = e^{\delta/2}$
    - เนื่องจาก $1 - d = e^{-\delta}$ ดังนั้น $1 - d^{(2)}/2 = \text{sqrt}(v) = e^{-\delta/2}$

ดอกเบี้ยรับล่วงหน้าทุกๆ 6 เดือน



เปรียบเทียบขนาดของดอกเบี้ย

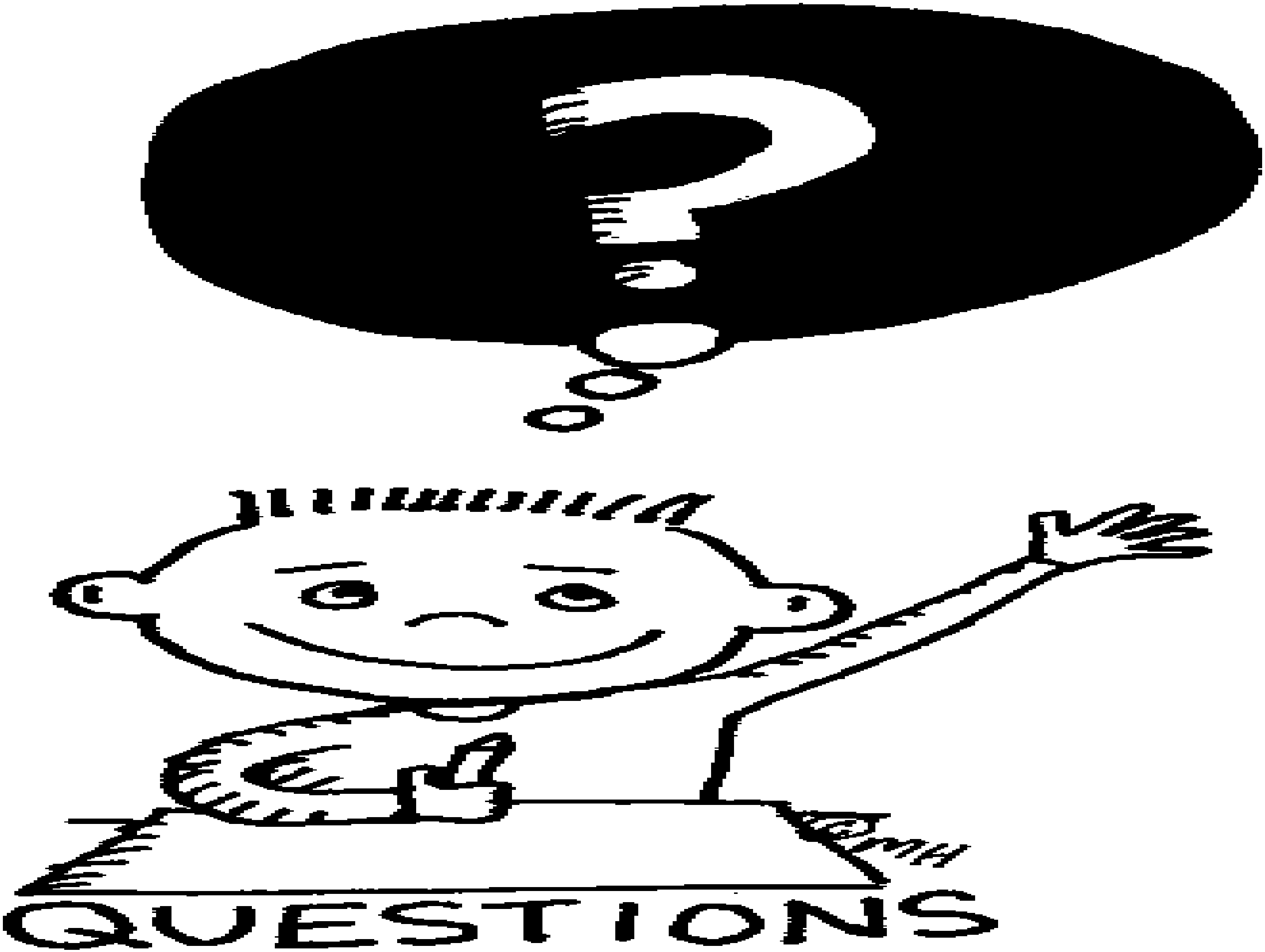
- ตัวอย่าง: ถ้า $i = 10\%$
  - $d = i/(1+i) = 9.09\%$
  - $\delta = \ln(1+i) = 9.53\%$
  - $\because 1+i^{(2)}/2 = \text{sqrt}(1+i) \rightarrow i^{(2)}/2 = 0.0488 \rightarrow i^{(2)} = 9.76\%$
  - การโตของกองทุนเมื่อเวลาผ่านไปจะเท่ากับ
    - $f(t) = 1.1^t = 1.0488^{2t}$

เปรียบเทียบขนาดของดอกเบี้ย

- ตัวอย่าง: ถ้า $i = 10\%$
  - อัตราดอกเบี้ยต่อปี แปรสภาพ 2 ครั้งต่อปีแบบล่วงหน้า
    - $\because 1 - d^{(2)}/2 = \mathrm{sqrt}(v) \rightarrow d^{(2)}/2 = 1 - 1/[\mathrm{sqrt}(1+i)] = 0.0465 \rightarrow d^{(2)} = 9.31\%$
  - ดังนั้น $d = 9.09\% < d^{(2)} = 9.31\% < \delta = 9.53\% < i^{(2)} = 9.76\% < i = 10\%$

ดอกเบี้ยในนาม $i^{(m)}$ $d^{(m)}$ และ δ

- สิ่งที่ควรรู้
  - $1+i^{(m)}/m = (1+i)^{1/m} = e^{\delta/m}$
  - $v^{1/m} = 1 – d^{(m)}/m = 1+i)^{-1/m} = e^{-\delta/m}$
  - $d^{(m)}/m \times (1+i)^{1/m} = i^{(m)}/m$
- เปรียบเทียบขนาด
  - $d < d^{(2)} < d^{(4)} < d^{(12)} < \ldots < \delta < \ldots < i^{(12)} < i^{(4)} < i^{(2)} < i$


QUESTIONS

- Email:
  - fbusnwk@ku.ac.th
- Homepage:
  - http://fin.bus.ku.ac.th/nattawoot.htm
- Phone:
  - 02-9428777 Ext. 1218
- Mobile:
  - 087- 5393525
- Office:
  - ชั้น 9 ตึกใหม่คณะบริหารธุรกิจ ม.เกษตรศาสตร์ บางเขน